VIII МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ОЛИМПИАДА имени ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Региональный этап

**6 февраля 2016 г.**

**\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_**

***8 класс.***

***Второй день.***

**5.** Три спортсмена пробежали дистанцию в 3 километра. Пер­вый километр они бежали с постоянными скоростями *v*1*, v*2и *v*3 соответственно, такими, что *v*1*> v*2 *> v*3*.* После отметки в 1 километр каждый из них изменил скорость: первый — с *v*1 на *v*2, второй — с *v*2на *v*3, а третий — с *v*3на *v*1*.* Кто из спортсменов пришел к финишу последним?

**6.**Найдите все натуральные числа, которые можно представить в виде , где *х, у* и *z* — три различных натуральных числа.

**7.**В ряд выложено 100 монет. Внешне все монеты одинаковы, но где-то среди них лежат подряд 50 фальшивых (а остальные— настоящие). Все настоящие монеты весят одинаково, фальшивые могут весить по-разному, но каждая фальшивая легче настоящей. Можно ли с помощью одного взвешивания на чашечных весах без гирь найти хотя бы 34 настоящие монеты?

**8.** Точки *М* и *N* — середины биссектрис *АК* и *CL* треугольника *ABC* соответственно. Докажите, что угол *ABC* прямой тогда и только тогда, когда *MBN* *=* 45°.